

Física em Nível Olímpico - volume 2

Ivan Guilhon Mitozo Rocha

1 de Março de 2021

Física em Nível Olímpico - volume 2

1ª edição - 2021

Autor: Dr. Ivan Guilhon Mitozo Rocha

website: www.ivanguilhon.com.br

email: nivel.olimpico@gmail.com

Capa: Aline Cristina de Miranda

Diagramação: Ivan Guilhon Mitozo Rocha

Prefácio: Lara Kühn Teles

Ilustrações: Ivan Guilhon Mitozo Rocha

Revisão ortográfica: Diana Lourdes Prado de Moraes

Agradecimentos especiais:

Raquel Aparecida Bulla Rocha;

Fábio Nogueira Rocha;

Norma Noeme Guilhon Mitozo Rocha;

Gabriel de Paula Almeida;

Leonardo Mouta Pereira Pinheiro.

Os direitos desta obra estão reservados. Cópias, edições e reproduções não autorizadas pelo autor dessa obra, por quaisquer meios físicos ou digitais, estão proibidas.

*Ao Caminho, Verdade e Vida,
Ad maiorem Dei gloriam.*

Sobre o Autor

Ivan Guilhon é engenheiro eletrônico formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) com distinção *Magna Cum Laude*, turma 2014, e doutor em física atômica e molecular pelo mesmo instituto. Atualmente, é professor no departamento de física do ITA, ministrando diferentes disciplinas no curso de graduação em engenharia e realizando pesquisas no Grupo de Materiais Semicondutores e Nanotecnologia (GMSN). O autor possui trabalhos apresentados em congressos e artigos publicados em periódicos científicos internacionais. Ivan está envolvido desde 2009 com a preparação de alunos para olimpíadas internacionais de Física em colégios de diferentes Estados do Brasil e faz parte do comitê científico da B8 Projetos Educacionais, que organiza a etapa nacional da IYPT (*Internacional Young Physicists' Tournament*) Brasil.



Como competidor em olimpíadas científicas, Ivan conquistou, entre outras premiações: (i) medalha de ouro na Olimpíada Brasileira de Física (OBF) em 2007 e 2009; (ii) medalha de prata na Olimpíada Internacional de Física (IPhO) em 2009; (iii) primeiro lugar no prêmio IFT de Jovens Físicos 2012; e (iv) terceiro prêmio na Competição Internacional de Matemática (IMC) na Bulgária em 2012 e 2014.

Carta ao leitor

Caro leitor,

você acaba de adquirir o segundo volume da coleção ‘Física em Nível Olímpico’. Assim como o primeiro volume, este livro é o resultado de um grande envolvimento pessoal em olimpíadas científicas de física como estudante e professor. Busquei reunir neste livro uma coletânea de problemas clássicos de diferentes assuntos da física que possibilitem um estudante olímpico testar seus conhecimentos e se preparar para competições internacionais de nível médio. Juntos, esses dois volumes reúnem muitos dos meus problemas prediletos de cada uma das grandes áreas da física.

A ideia desse projeto surgiu nos meus anos de graduação no ITA (2010-2014), mas puderam ser iniciados apenas em 2015. O primeiro volume da coleção foi publicado em 2017. Em 2018, me tornei professor de física no ITA e tenho passado por anos bem intensos, conciliando atividades docentes, pesquisa, administrativas e a escrita deste novo volume.

Felizmente, esta nova etapa está concluída. Neste segundo volume, abordaremos o restante das grandes áreas da física cobradas por olimpíadas de física nacionais e internacionais. Espero que, com este segundo livro, eu possa ajudar ainda mais jovens a se aprofundarem no estudo da natureza e a se divertirem com desafios de alto nível.

Conto com a sua ajuda para melhorar cada vez mais essa obra enviando comentários, sugestões e notificações de erros para o *e-mail*: `nivel.olimpico@gmail.com`.

Bons estudos!

Estrutura do livro

Este livro contém uma lista de problemas, acompanhados de dicas e de soluções. Os exercícios escolhidos abrangem mecânica do corpo rígido, eletrostática, eletrodinâmica, magnetismo, relatividade restrita e diferentes tópicos de física quântica. Os problemas estão organizados em três capítulos:

1. Mecânica do corpo rígido;
2. Eletromagnetismo;
3. Relatividade;
4. Física Quântica.

Na parte I, encontram-se os enunciados dos problemas propostos. Esses vêm acompanhados de uma indicação da dificuldade do problema em ordem crescente, variando de *, ** até ***.

A parte II, contém dicas que podem auxiliar na solução dos problemas, oferecendo muitas vezes os primeiros passos ou ideias da solução proposta.

Na parte III, encontram-se as soluções de todos os problemas propostos. Ofereço pelo menos uma solução para cada problema proposto.

Já na parte IV, encontra-se uma lista de referências bibliográficas, de teoria e de exercícios, além de referências auxiliares de matemática.

Este livro, em conjunto com o ‘Física em Nível Olímpico - volume 1’, aborda todas as grandes áreas da Física e serve de excelente referência para problemas de Física de alto nível de dificuldade.

Orientação de estudos

Este livro é o segundo volume de uma coletânea de problemas de física voltada para preparação de estudantes de ensino médio para olimpíadas científicas internacionais. Naturalmente, ele também pode ser utilizado para preparação de vestibulares de alto nível e por estudantes universitários.

Uma rápida observação nas soluções dos problemas propostos é suficiente para verificar que grande parte delas demanda conhecimentos de cálculo diferencial e integral, o que não é comumente ensinado para alunos de ensino médio. No entanto, as provas seletivas para as equipes das olimpíadas internacionais, assim como essas competições, costumam exigir esse tipo de conhecimento.

Antes de atacar os problemas expostos neste livro é fundamental ter o domínio da matéria de física cobrada no ensino médio convencional do assunto correspondente. No final do livro, você pode observar uma lista de excelentes referências sugeridas para usar em conjunto com este livro no seu estudo.

Satisfeita essa primeira condição, você deve estar pronto para navegar por águas mais profundas! Se você for um aluno de ensino médio, é útil ter algum livro de Física em nível superior e algum material de introdução ao cálculo diferencial e integral, o nosso foco aqui será em aplicações práticas e intuitivas dessa teoria, ignorando os seus pormenores. **Para nós, a Matemática é uma ferramenta; a Física é o prato principal.**

Seguem algumas dicas de estudo para olimpíadas científicas de física:

1. Aprenda cálculo diferencial e integral.

Grande parte da diferença de cobrança entre física de ensino médio convencional e olimpíadas de física está na exigência de um formalismo matemático mais poderoso, muitas vezes contendo noções básicas de cálculo diferencial e integral.

Saber efetuar funções derivadas, funções integrais e entender as

suas interpretações físicas é suficiente para acompanhar o livro. Não se preocupe caso não domine esses assuntos no início dos seus estudos, com um pouco de tempo, prática e esforço, você se habituará com esse tipo de matemática.

Seguem agora algumas valiosas dicas de estudo para olimpíadas científicas:

2. Escolha uma (ou mais) coleção de nível superior para orientar seu estudo.

No nível de olimpíada, é extremamente útil que você utilize na sua preparação os livros das matérias iniciais de física em nível universitário. Não se espera que você resolva todos os problemas desses livros, porém é importante que você busque se acostumar com esse outro nível de profundidade no assunto. Concentre-se bastante em exercícios resolvidos e nos exemplos fornecidos nos livros. Refazer demonstrações da teoria também ajuda bastante.

3. Tenha diferentes livros de exercícios.

Após estudar a teoria, é hora de se preparar para as provas! Para se sair bem, além de ter uma boa teoria, é preciso treinar a resolução de exercícios. Os problemas desta coletânea são de alto nível e buscam valorizar a criatividade do aluno. É interessante combiná-lo com outros livros de exercícios. Algumas sugestões estão listadas na parte IV do livro.

4. Explore as provas antigas.

A seleção das equipes brasileiras nas olimpíadas internacionais são realizadas pela Sociedade Brasileira de Física (SBF) e podem variar um pouco de ano para ano. É importante que você esteja atento às regras de seleção e ao formato de prova que você vai fazer. Busque provas antigas e resolva-as. Se sobrar um tempo, busque provas de olimpíadas de diferentes lugares do mundo (IPhO, APhO, OIbF, outras olimpíadas nacionais)!

Prefácio

O estudo da Física é fascinante, mas exige esforço e dedicação. É inegável e ilusório pensar que é possível compreender a teoria Física sem resolver um número considerável de exercícios. Se você é um estudante que vê beleza na matemática e na física e gosta de desafios, então com certeza fará um bom uso deste livro. Compreender a física e realizar exercícios desafiadores trabalha o modo de pensar e é uma motivação em si mesmo. Certamente, Ivan Guilhon apresenta isso de forma singular em seu livro, separando-o em três seções: os exercícios propostos, as dicas de resolução e, finalmente, as soluções. Essa separação torna o livro muito mais pedagógico, uma vez que permite ao leitor não apenas tentar resolver os problemas, mas, se este não conseguir após algumas tentativas, ainda sem ver a solução, analisar as dicas de solução e trabalhar mais um pouco o seu modo de pensar.

Essa coletânea de exercícios em português é sem dúvida valiosa também do ponto de vista da nossa sociedade brasileira, tão carente do ponto de vista da educação, o que não quer dizer ausente de seres curiosos e audaciosos que querem compreender a vida e usufruir da liberdade que o conhecimento proporciona.

Não posso deixar de terminar este prefácio sem falar um pouco sobre o autor. Conheci Ivan, ainda durante o segundo ano da graduação no ITA, quando fui a sua professora de Eletricidade e Magnetismo, na sequência também ministrei a disciplina de Ondas e Física Moderna para a sua turma. No ITA há um sistema de tutoria, no qual se configuram conselheiros (professores) e aconselhados (alunos), e também tive o prazer de tê-lo como meu aconselhado. Ainda durante o curso de graduação, motivada pelo seu excelente desempenho nas disciplinas e seu entusiasmo para com a Física, convidei-o para integrar o grupo de pesquisa, do qual fui uma das fundadoras no ITA, o Grupo de Materiais Semicondutores e Nanotecnologia do ITA. Foi neste período que Ivan iniciou o seu trabalho de iniciação científica e pôde apresentar seus

resultados científicos na conferência *International Material Research Society*, realizada em Cancún. Na sequência, após formado iniciou o Doutorado Direto sob a minha orientação.

Posso dizer que tive e tenho o privilégio de trabalhar com uma pessoa que, muito além de ser inteligente, é extremamente humana, preocupada com a sociedade, por isso mesmo teve várias atuações neste sentido, como, por exemplo, ser professor do CASDVest, que tem por missão aprovar pessoas sem condições financeiras em universidades públicas, oferecendo ensino de qualidade por meio de um curso pré-vestibular sem fins lucrativos. E, é neste sentido humano e de repartir o seu conhecimento e, através do seu comprometimento com a educação, que Ivan dedicou o seu tempo precioso e preparou este livro que, com certeza, poderá ajudar outras centenas ou milhares de estudantes a atingirem seus objetivos.

Bom trabalho a todos os estudantes que quiserem se divertir um pouco, se desafiando, persistindo e indo além dos seus limites!

Lara Kühl Teles

Conteúdo

I	Problemas propostos	21
1	Mecânica do corpo rígido	23
1.1	Máquina de Atwood com duas polias*	23
1.2	Tacada de sinuca*	24
1.3	Movimento de descida de um ioiô*	25
1.4	Puxando o Ioiô**	26
1.5	Rotação de disco sob ação do atrito*	27
1.6	Chuva de Meteoritos*	27
1.7	Cilindros empilhados***	27
1.8	Haltere girando sem atrito*	28
1.9	Brincando no balanço***	29
1.10	Fratuira no edifício**	30
1.11	Queda do lápis***	31
1.12	Placa sobre rolamentos***	32
1.13	Colisão de uma esfera com o chão (IPhO)***	33
1.14	Pêndulo físico giratório***	34
1.15	Futebol Cúbico (Portugal)***	35

1.16	Oscilações de corpo rígido**	37
1.17	Esfera na rampa**	37
1.18	Na corda bamba (Portugal adp.)***	38
1.19	Movimento de uma moeda (Portugal)***	40
2	Eletromagnetismo	43
2.1	Distância de máxima aproximação**	43
2.2	\vec{E} de uma distribuição $\rho(r)$ **	44
2.3	Campo de uma haste**	44
2.4	Método da carga imagem I*	45
2.5	Método da carga imagem II (IPhO)***	46
2.6	Método da carga imagem III**	48
2.7	Bolha de sabão carregada*	48
2.8	Dipolos Elétricos**	49
2.9	Interação carga-dipolo**	50
2.10	Rede infinita de resistores**	51
2.11	Rede bidimensional de resistores***	52
2.12	Resistência do icosaedro*	52
2.13	Resistor esférico**	53
2.14	Resistor cilíndrico**	54
2.15	Relação entre R e C**	54
2.16	Atração entre placas**	55
2.17	Capacitor de placas não paralelas**	56
2.18	Carga dentro do capacitor**	57
2.19	Transformação Δ -Y e Y- Δ ***	57
2.20	Impedância equivalente*	59
2.21	Cabo coaxial com dielétrico**	59
2.22	Dielétrico dentro do capacitor esférico*	60
2.23	Força sobre o dielétrico**	60
2.24	Dissipação em um circuito RC**	61
2.25	Espectrógrafo de massa**	62
2.26	Passagem de corrente por um fio*	63

2.27	Força eletromotriz induzida*	64
2.28	Espira em formato de espiral*	64
2.29	Freio eletromagnético*	65
2.30	Espira em um campo B não-uniforme**	66
2.31	Solenóide finito*	67
2.32	Canhão eletromagnético**	67
2.33	Toroide de secção quadrada*	68
2.34	Indutância mútua entre fio e espira*	68
3	Relatividade restrita	69
3.1	Comprimento da barra inclinada*	69
3.2	Colisão de foguetes*	69
3.3	Trem de pulsos (FIFT)**	70
3.4	Princípio da antecedência das causas**	71
3.5	Paradoxo da vara e do galpão**	72
3.6	Régua atravessando a placa***	73
3.7	Tiro certo (FIFT adp.)**	74
3.8	Fórmula de Fizeau*	74
3.9	Efeito Farol**	76
3.10	Desvio para o vermelho*	76
3.11	Grandezas invariantes*	77
3.12	Movimento sujeito à força constante*	78
3.13	Acelerador cíclotron*	78
3.14	Foguete relativístico***	79
3.15	Colisão de prótons (Portugal)**	80
3.16	Desintegração de uma partícula*	80
3.17	Decaimento de um nêutron***	81
3.18	Transformação de Forças**	81
3.19	Transformação de campos \vec{E} e \vec{B} **	82
3.20	Espira quadrada (IPhO)***	84
3.21	Magnetismo e relatividade***	85

4	Física quântica	87
4.1	Átomo de Bohr*	87
4.2	Recoo por emissão de fóton*	88
4.3	Linha espectral do átomo de hidrogênio (OIbF adp.)*	89
4.4	Efeito fotoelétrico*	89
4.5	Efeito Compton*	89
4.6	Aniquilação elétron-pósitron**	91
4.7	Raios cósmicos (OIbF adp.)**	92
4.8	Difração de elétrons*	94
4.9	Partícula em uma caixa 3D***	95
4.10	Confinamento esférico***	96
4.11	Potencial atrativo do tipo $\delta(x)$ **	97
4.12	Tunelamento quântico**	97
4.13	Função de onda no estado fundamental 1D***	98
4.14	Orbitais s do átomo de hidrogênio**	99
4.15	Átomo de Hooke de dois elétrons***	100
II	Dicas de resolução	103
1	Mecânica do corpo rígido	105
1.1	Máquina de Atwood com duas polias	105
1.2	Tacada de sinuca	105
1.3	Movimento de descida de um ioiô	106
1.4	Puxando o Ioiô	106
1.5	Rotação de disco sob ação do atrito	106
1.6	Chuva de Meteoritos	107
1.7	Cilindros empilhados	107
1.8	Haltere girando sem atrito	107
1.9	Brincando no balanço	107
1.10	Fratura no edifício	108
1.11	Queda do lápis	108
1.12	Placa sobre rolamentos	108

1.13	Colisão de uma esfera com o chão (IPhO)	109
1.14	Pêndulo físico giratório	109
1.15	Futebol Cúbico (Portugal)	109
1.16	Oscilações de corpo rígido	110
1.17	Esfera na rampa	110
1.18	Na corda bamba (Portugal adp.)	110
1.19	Movimento de uma moeda (Portugal)	111
2	Eletrromagnetismo	113
2.1	Distância de máxima aproximação	113
2.2	\vec{E} de uma distribuição $\rho(r)$	113
2.3	Campo de uma haste	114
2.4	Método da carga imagem I	114
2.5	Método da carga imagem II (IPhO)	114
2.6	Método da carga imagem III	115
2.7	Bolha de sabão carregada	116
2.8	Dipolos Elétricos	116
2.9	Interação carga-dipolo	116
2.10	Rede infinita de resistores	117
2.11	Rede bidimensional de resistores	117
2.12	Resistência do icosaedro	117
2.13	Resistor esférico	117
2.14	Resistor cilíndrico	118
2.15	Relação entre R e C	118
2.16	Atração entre placas	118
2.17	Capacitor de placas não paralelas	119
2.18	Carga dentro do capacitor	119
2.19	Transformação Δ -Y e Y- Δ	119
2.20	Impedância equivalente	120
2.21	Cabo coaxial com dielétrico	120
2.22	Dielétrico dentro do capacitor esférico	120
2.23	Força sobre o dielétrico	121

2.24	Dissipação em um circuito RC	121
2.25	Espectrógrafo de massa	122
2.26	Passagem de corrente por um fio	122
2.27	Força eletromotriz induzida	122
2.28	Espira em formato de espiral	122
2.29	Freio eletromagnético	123
2.30	Espira em um campo B não-uniforme	123
2.31	Solenóide finito	123
2.32	Canhão eletromagnético	124
2.33	Toroide de secção quadrada	124
2.34	Indutância mútua entre fio e espira	124
3	Relatividade restrita	125
3.1	Comprimento da barra inclinada	125
3.2	Colisão de foguetes	125
3.3	Trem de pulsos (FIFT)	125
3.4	Princípio da antecendência das causas	126
3.5	Paradoxo da vara e do galpão	126
3.6	Régua atravessando a placa	126
3.7	Tiro certo (FIFT adp.)	127
3.8	Fórmula de Fizeau	127
3.9	Efeito Farol	127
3.10	Desvio para o vermelho	127
3.11	Grandezas invariantes	128
3.12	Movimento sujeito à força constante	128
3.13	Acelerador ciclotron	128
3.14	Foguete relativístico	129
3.15	Colisão de prótons (Portugal)	129
3.16	Desintegração de uma partícula	129
3.17	Decaimento de um nêutron	129
3.18	Transformação de Forças	129
3.19	Transformação de campos \vec{E} e \vec{B}	130

3.20	Espira quadrada (IPhO)	131
3.21	Magnetismo e relatividade	131
4	Física quântica	133
4.1	Átomo de Bohr	133
4.2	Recoo por emissão de fóton	133
4.3	Linha espectral do átomo de hidrogênio (OIbF adp.) . .	134
4.4	Efeito fotoelétrico	134
4.5	Efeito Compton	134
4.6	Aniquilação elétron-pósitron	135
4.7	Raios cósmicos (OIbF adp.)	135
4.8	Difração de elétrons	136
4.9	Partícula em uma caixa 3D	136
4.10	Confinamento esférico	136
4.11	Potencial atrativo do tipo $\delta(x)$	137
4.12	Tunelamento quântico	137
4.13	Função de onda no estado fundamental 1D	137
4.14	Orbitais s do átomo de hidrogênio	138
4.15	Átomo de Hooke de dois elétrons	138
III	Soluções	141
1	Mecânica do corpo rígido	143
1.1	Máquina de Atwood com duas polias	143
1.2	Tacada de sinuca	146
1.3	Movimento de descida de um ioiô	149
1.4	Puxando o Ioiô	151
1.5	Rotação de disco sob ação do atrito	152
1.6	Chuva de Meteoritos	153
1.7	Cilindros empilhados	154
1.8	Haltere girando sem atrito	156
1.9	Brincando no balanço	158

1.10	Fratura no edifício	160
1.11	Queda do lápis	162
1.12	Placa sobre rolamentos	164
1.13	Colisão de uma esfera com o chão (IPhO)	166
1.14	Pêndulo físico giratório	170
1.15	Futebol Cúbico (Portugal)	173
1.16	Oscilações de corpo rígido	176
1.17	Esfera na rampa	177
1.18	Na corda bamba (Portugal adp.)	181
1.19	Movimento de uma moeda (Portugal)	184
2	Eletromagnetismo	191
2.1	Distância de máxima aproximação	191
2.2	\vec{E} de uma distribuição $\rho(r)$	192
2.3	Campo de uma haste	195
2.4	Método da carga imagem I	197
2.5	Método da carga imagem II (IPhO)	200
2.6	Método da carga imagem III	204
2.7	Bolha de sabão carregada	206
2.8	Dipolos Elétricos	207
2.9	Interação carga-dipolo	208
2.10	Rede infinita de resistores	211
2.11	Rede bidimensional de resistores	215
2.12	Resistência do icosaedro	216
2.13	Resistor esférico	218
2.14	Resistor cilíndrico	219
2.15	Relação entre R e C	222
2.16	Atração entre placas	224
2.17	Capacitor de placas não paralelas	226
2.18	Carga dentro do capacitor	230
2.19	Transformação Δ -Y e Y- Δ	231
2.20	Impedância equivalente	234

2.21	Cabo coaxial com dielétrico	235
2.22	Dielétrico dentro do capacitor esférico	238
2.23	Força sobre o dielétrico	241
2.24	Dissipação em um circuito RC	244
2.25	Espectrógrafo de massa	247
2.26	Passagem de corrente por um fio	249
2.27	Força eletromotriz induzida	250
2.28	Espira em formato de espiral	251
2.29	Freio eletromagnético	253
2.30	Espira em um campo B não-uniforme	256
2.31	Solenóide finito	258
2.32	Canhão eletromagnético	260
2.33	Toroide de secção quadrada	262
2.34	Indutância mútua entre fio e espira	263
3	Relatividade restrita	267
3.1	Comprimento da barra inclinada	267
3.2	Colisão de foguetes	268
3.3	Trem de pulsos (FIFT)	268
3.4	Princípio da antecedência das causas	270
3.5	Paradoxo da vara e do galpão	272
3.6	Régua atravessando a placa	273
3.7	Tiro certo (FIFT adp.)	276
3.8	Fórmula de Fizeau	278
3.9	Efeito Farol	280
3.10	Desvio para o vermelho	280
3.11	Grandezas invariantes	282
3.12	Movimento sujeito à força constante	283
3.13	Acelerador cíclotron	284
3.14	Foguete relativístico	285
3.15	Colisão de prótons (Portugal)	287
3.16	Desintegração de uma partícula	288

3.17	Decaimento de um nêutron	289
3.18	Transformação de Forças	291
3.19	Transformação de campos \vec{E} e \vec{B}	294
3.20	Espira quadrada (IPhO)	297
3.21	Magnetismo e relatividade	300
4	Física quântica	303
4.1	Átomo de Bohr	303
4.2	Recuo por emissão de fóton	305
4.3	Linha espectral do átomo de hidrogênio (OIbF adp.) . .	307
4.4	Efeito fotoelétrico	308
4.5	Efeito Compton	309
4.6	Aniquilação elétron-pósitron	312
4.7	Raios cósmicos (OIbF adp.)	315
4.8	Difração de elétrons	320
4.9	Partícula em uma caixa 3D	321
4.10	Confinamento esférico	326
4.11	Potencial atrativo do tipo $\delta(x)$	329
4.12	Tunelamento quântico	332
4.13	Função de onda no estado fundamental 1D	335
4.14	Orbitais s do átomo de hidrogênio (rever contas)	337
4.15	Átomo de Hooke de dois elétrons	341
IV	Bibliografia	347
1	Referências	349
1.1	Bibliografia de estudo recomendada	349
1.2	Bibliografia referente aos problemas propostos	350

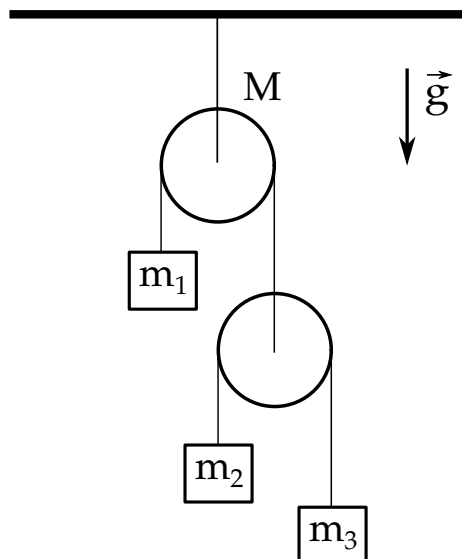
Parte I

Problemas propostos

Mecânica do corpo rígido

1.1 Máquina de Atwood com duas polias*

Considere a máquina de Atwood com duas polias arranjadas conforme representado na figura a seguir. Considerando as cordas inextensíveis e de massas desprezíveis, faça o que se pede nos itens a seguir.



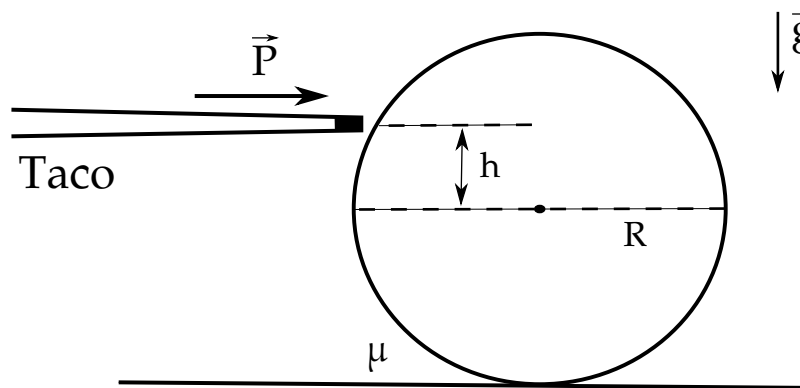
- a) Neste primeiro momento, despreze as massas das polias e o atrito entre elas e as cordas que prendem as massas. Determine a aceleração das massas m_1 , m_2 e m_3 ($m_1 \neq m_2 \neq m_3$).

- b) Suponha agora que a polia superior da figura acima tem massa $M \neq 0$ e raio R . O atrito entre a corda e a polia é tal que não há deslizamento relativo entre as mesmas. Determine as novas acelerações das massas m_1 , m_2 e m_3 para esse caso.

1.2 Tacada de sinuca*

Neste problema vamos estudar os fundamentos físicos envolvidos que regem uma tacada em um jogo de sinuca. A bola que receberá a tacada pode ser modelada como uma esfera rígida de massa m e raio R , livre para movimentar-se sobre uma mesa horizontal, cujo coeficiente de atrito com a bola é μ .

A transferência de momento linear P durante a tacada é muito rápida, podendo ser considerada como instantânea. Um jogador habilidoso pode imprimir à bola de sinuca diferentes movimentos, controlando tanto a quantidade de momento P transferida quanto a altura da tacada h , medida a partir do centro da bola. A aceleração local da gravidade é g .



Faça o que se pede nos itens a seguir.

- a) Supondo que a tacada seja dada diretamente no centro da bola, $h = 0$, determine o intervalo de tempo t^* necessário para que a bola atinja o regime de rolamento sem escorregamento.
- b) Determine a altura da tacada h para a qual o taco imprime na bola um movimento sem deslizamento com relação a mesa desde o início do movimento.

Parte II

Dicas de resolução

Mecânica do corpo rígido

1.1 Máquina de Atwood com duas polias

- a) Identifique as condições de vínculos geométricos e escreva as equações de movimento de cada massa. A massa desprezível da polia implica que a tração é constante ao longo de todo o comprimento de cada corda.
- b) O atrito é responsável por causar variações da tração ao longo da corda. Essa diferença de tração é responsável por realizar um torque sobre a polia maciça. O problema torna-se mais complicado pelo fato de ser necessário escrever a 2ª lei de Newton das rotações para a polia.

1.2 Tacada de sinuca

- a) Calcule as equações horárias das velocidade de translação $v(t)$ e de rotação $\omega(t)$ da bola de bilhar. Em seguida, aplique a condição de rolamento sem deslizamento.
- b) Calcule o valor h necessário para que os valores iniciais da veloci-

2.1 Distância de máxima aproximação

A solução do problema fundamenta-se na conservação da energia E e do momento angular L do sistema.

2.2 \vec{E} de uma distribuição $\rho(r)$

- Utilize a lei de Gauss considerando uma superfície gaussiana de dimensões arbitrariamente grandes.
- Utilize a lei de Gauss na sua forma diferencial $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$.
- O valor da carga pontual pode ser calculado de duas formas: (i) conciliando os resultados dos dois primeiros itens, ou (ii) estudando o comportamento do campo elétrico nas proximidades da origem ($r \ll a$).

Relatividade restrita

3.1 Comprimento da barra inclinada

- a) Note que a contração do comprimento atua apenas na componente x da barra.
- b) Obtenha a partir das componentes horizontal e vertical do comprimento da barra.

3.2 Colisão de foguetes

- a) Esse item não necessita de quaisquer formulações relativísticas.
- b) Aplicação direta da composição de velocidades.

3.3 Trem de pulsos (FIFT)

- a) Lembre-se do postulado de que a velocidade da luz do vácuo é sempre a mesma, seja qual for o referencial inercial adotado.
- b) Relacione os intervalos de tempo observados por O e em O' utilizando resultados relativísticos como dilatação do tempo. Efeito

4.1 Átomo de Bohr

- a) Estude o movimento circular do elétron em torno do núcleo. A condição de quantização de momento angular $L = n\hbar$ gera a quantização dos raios das órbitas.
- b) Este item é um desdobramento direto do item anterior. Para fazer a estimativa da energia de ionização, considere considere uma transição do nível fundamental até o estado de elétron livre.
- c) Calcule a velocidade v_n de um elétron no estado fundamental de um átomo hidrogenoide de número atômico Z . Utilize esse resultado para realizar sua estimativa.

4.2 Recuo por emissão de fóton

- a) Utilize a conservação da quantidade de movimento do sistema caixa + fóton.
- b) A emissão do fóton pode ser comparada a uma pequena perda de massa Δm de uma extremidade, enquanto a sua absorção na

Parte III

Soluções

Mecânica do corpo rígido

1.1 Máquina de Atwood com duas polias

- a) O fato da massa da polia ser nula implica que a tração da corda é constante. Considerando que a segunda polia não tem massa, pode-se afirmar que

$$T_1 = 2T_2. \quad (1.1)$$

Estabelecendo a orientação positiva de forças e acelerações para cima, dispomos das seguintes equações de movimento para o sistema:¹

$$T_1 - m_1g = m_1a_1 \quad (1.2)$$

$$T_2 - m_2g = m_2a_2 \quad (1.3)$$

$$T_2 - m_3g = m_3a_3 \quad (1.4)$$

Temos ainda o vínculo geométrico decorrente do fato de os fios serem inextensíveis, que nos leva à relação

$$a_1 + \frac{a_2 + a_3}{2} = 0. \quad (1.5)$$

¹Adotar-se-á a convenção que $a > 0$ representa uma aceleração para cima.

Por isso, é necessário que existam outras cargas elétricas além da distribuição volumétrica de carga $\rho(r)$ calculada.

Cargas pontuais estão associados a campos elétricos extremamente intensos ao redor de um ponto do espaço.¹ Observe que isso é observado quando tomamos o limite $r \rightarrow 0$ para o campo Er , concluimos que deve existir uma carga pontual na origem do sistema.

Vamos propor a seguir duas soluções para o cálculo da carga pontual na origem do sistema.

Solução 1: Compensação da distribuição de carga $\rho(r)$.

O valor total Q_- da distribuição de cargas pode ser obtido por uma integração em todo o volume do espaço

$$Q_- = \int \rho(r) d^3\vec{r} = \int_0^\infty 4\pi r^2 \rho(r) dr$$

$$Q_- = -4\pi\rho_0 \int_0^\infty r^2 e^{-R/a} = -8\pi\rho_0 a^3. \quad (2.13)$$

Portanto, concluimos que deve existir uma carga pontual $Q_+ = 8\pi\rho_0 a^3$ na origem do sistema. Isso não contradiz o que foi calculado no item (b), uma vez que na origem do sistema o campo elétrico diverge e o seu valor, assim como o de suas derivadas, não está definido.

Solução 2: Lei de Gauss ao redor da origem do sistema.

Podemos reutilizar o resultado da carga no interior de uma gaussiana centrada na origem do sistema de raio r , que é dada pela equação 2.8. Tomemos o limite $r \rightarrow 0$ para estudar o que acontece nas vizinhanças da origem do sistema.

$$Q_+ = \lim_{r \rightarrow 0} Q_{int}(r) = 8\pi\rho_0 a^3, \quad (2.14)$$

¹Distribuições superficiais estão associadas a descontinuidades do valor do campo elétrico no espaço, o que não é observado nesse caso.

Parte IV

Bibliografia